

Cap. 6 – Controlo Estatístico do Processo para Variáveis Exercícios + Resoluções

Gráficos Controlo Processo

Fórmulas dos Gráficos de Controlo

<u>Gráfico</u>	<u>LCL</u>	<u>CL</u>	<u>UCL</u>
\bar{X}	$\bar{\bar{X}} - A_2\bar{R}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + A_2\bar{R}$
R	D₃ \bar{R}	\bar{R}	D₄ \bar{R}
\bar{X} (with s)	$\bar{\bar{X}} - A_3(\bar{s})$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} + A_3(\bar{s})$
<i>X</i>	$\bar{X} - E_2(\bar{M}\bar{R})$	\bar{X}	$\bar{X} + E_2(\bar{M}\bar{R})$
S	B₃ \bar{S}	\bar{S}	B₄ \bar{S}
Median	$\tilde{\bar{X}} - A_2\bar{R}$	$\tilde{\bar{X}}$	$\tilde{\bar{X}} + A_2\bar{R}$

Exemplo

- ◆ Amostra A = {1, 2, 3, 4}; Amostra B = {2, 3, 3, 12}
- ◆ $\bar{X}_A = 2,5$; $R_A = 3$
- ◆ $\bar{X}_B = 5,0$; $R_B = 10$
- ◆ $\bar{\bar{x}} = 3,75$ $\bar{R} = 6,5$

- ◆ $UCL_{\bar{x}} = 3,75 + (0,729) * (6,5) = 8,489$
- ◆ $LCL_{\bar{x}} = 3,75 - (0,729) * (6,5) = -0,989$ (ou seja zero)
- ◆ $UCL_R = (2,282) * (6,5) = 14,833$
- ◆ $LCL_R = (0,0) * (6,5) = 0,0$

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

- ◆ Exemplo 1
- ◆ O produto 'A' indicava 'peso liquido 16 gramas'. Foram retiradas várias amostras da produção (cada amostra continha 5 unidades do produto) e a média das amostras foi de 16,01 gramas. Se a amplitude média do processo foi de 0,25 gramas, determine os limites para este processo.

- ◆ Exemplo 2
- ◆ A amplitude média de determinado processo é de 5,3 cm. Se o tamanho da amostra for de 6, determine os limites inferiores e superiores do gráfico de controlo.

Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

◆ Exemplo 1 (resposta)

◆ $UCL_{\bar{x}} = 16,01 + (0,577)*(0,25) = 16,154$ gramas

◆ $LCL_{\bar{x}} = 16,01 - (0,577)*(0,25) = 15,866$ gramas

◆ O processo de produção do produto 'A' encontra-se entre 15,866 e 16,154 gramas.

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

◆ Exemplo 2 (resposta)

◆ $UCL_R = (2,004) * (5,3) = 10,621$ cm

◆ $LCL_R = (0) * (5,3) = 0$ cm

◆ Os limites inferior e superior do gráfico de controlo são respectivamente 0 e 10,621 cm.

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Exemplos – Cont. Est. Proc. – Variáveis ^{HR}

- ◆ Exemplo 3
- ◆ A cantina do ISEG comprou uma nova máquina de distribuição de refrigerantes, que deverá encher cada copo com 400 ml de líquido. Como a máquina é nova os responsáveis querem certificar-se de que está bem ajustada e para isso tiraram 8 amostras e anotaram a amplitude e a média de cada amostra (cada amostra consiste em 8 copos de líquido). Determine todos os limites e indique se a máquina está ou não bem ajustada.
- ◆ Os resultados são apresentados na tabela seguinte:

Amostra	Amplitude	Média	Amostra	Amplitude	Média
A	41	400	E	56	417
B	55	416	F	62	393
C	44	399	G	54	398
D	48	400	H	44	401

Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

- ◆ Exemplo 3 (resposta)
- ◆ 1º - Determinar a média das amostras e a amplitude média do processo (neste caso: $\bar{R} = 403$ e $\bar{\bar{x}} = 50,5$)
- ◆ 2º - Determinar os limites (os valores são retirados da tabela):

- ◆ $UCL_{\bar{x}} = 403 + (0,373) * (50,5) = 421,84$

- ◆ $LCL_{\bar{x}} = 403 - (0,373) * (50,5) = 384,16$

- ◆ $UCL_R = (1,864) * (50,5) = 94,13$

- ◆ $LCL_R = (0,136) * (50,5) = 6,87$

- ◆ Segundo os resultados quer a média quer a amplitude do processo estão em controlo estatístico.

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

Exemplos – Cont. Est. Proc. – Variáveis HR

- ◆ Exemplo 4
- ◆ Um determinado processo é analisado através dos gráficos *x-barra* e *R*. Foram recolhidas 8 amostras de 10 observações cada, com os seguintes resultados:
- ◆ a) Calcule a linha central, e os limites superior e inferior.
- ◆ b) Desenhe e interprete o gráfico *x-barra*.
- ◆ c) Se a próxima amostra tiver os seguintes resultados (2.5, 5.5, 4.6, 3.2, 4.6, 3.2, 4.0, 4.0, 3.6, 4.2), que conclusão pode tirar?

Amostra	Amplitude	Média	Amostra	Amplitude	Média
A	.43	4.2	E	.36	4.9
B	.52	4.4	F	.42	3.0
C	.53	3.6	G	.35	4.2
D	.20	3.8	H	.42	3.2

Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

- ◆ Exemplo 4 (respostas a) e b))
- ◆ 1º - Determinar a média das amostras e a amplitude média do processo, neste caso: $\bar{\bar{x}} = 3,913$ e $\bar{R} = 0,404$
- ◆ 2º - Determinar os limites (os valores são retirados da tabela):
- ◆ $UCL_{\bar{x}} = 3,913 + (0,308) * (0,404) = 4,037$
- ◆ $LCL_{\bar{x}} = 3,913 - (0,308) * (0,404) = 3,788$
- ◆ $UCL_R = (1,777) * (0,404) = 0,717$
- ◆ $LCL_R = (0,223) * (0,404) = 0,090$
- ◆ 3º - Desenhar os gráficos e interpretá-los.

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

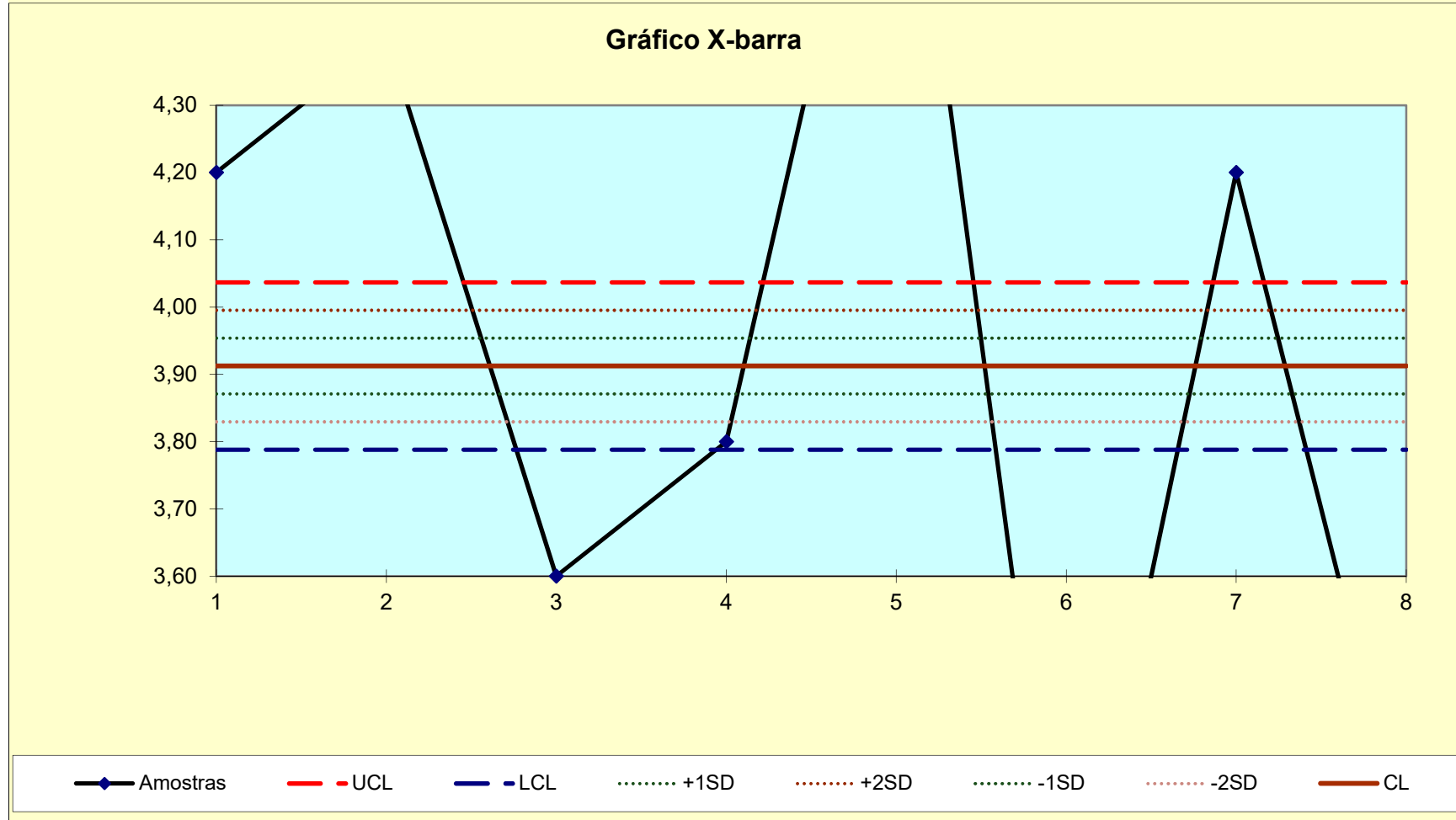
$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

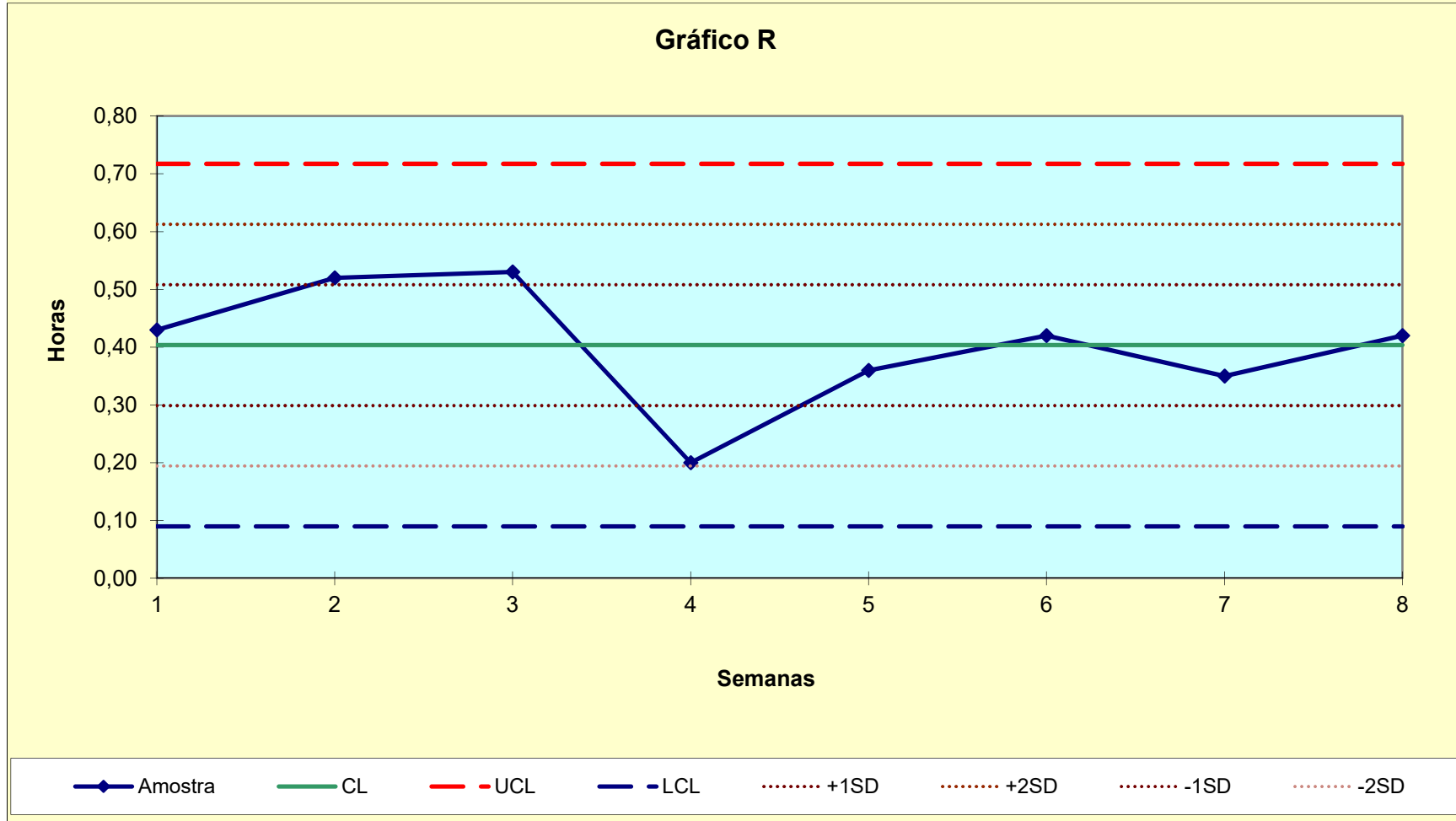
Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

◆ Exemplo 4 (respostas a) e b))



Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

◆ Exemplo 4 (respostas a) e b))



Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

- ◆ Exemplo 4 (resposta c))
 - ◆ 1º - Determinar a média e a amplitude da amostra I, respetivamente 3,94 e 3,00, e determinar novamente a média das amostras com as 9 amostras e a amplitude média do processo (9 amostras), neste caso: $\bar{\bar{x}} = 3,916$ e $\bar{R} = 0,692$
 - ◆ 2º - Determinar os novos limites (os valores são retirados da tabela):
- ◆ $UCL_{\bar{x}} = 3,916 + (0,308) * (0,692) = 4,129$
 - ◆ $LCL_{\bar{x}} = 3,916 - (0,308) * (0,692) = 3,702$

 - ◆ $UCL_R = (1,777) * (0,692) = 1,230$
 - ◆ $LCL_R = (0,223) * (0,692) = 0,154$
- ◆ 3º - Desenhar novamente os gráficos e interpretá-los.

$$UCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R}$$

$$LCL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}$$

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}$$

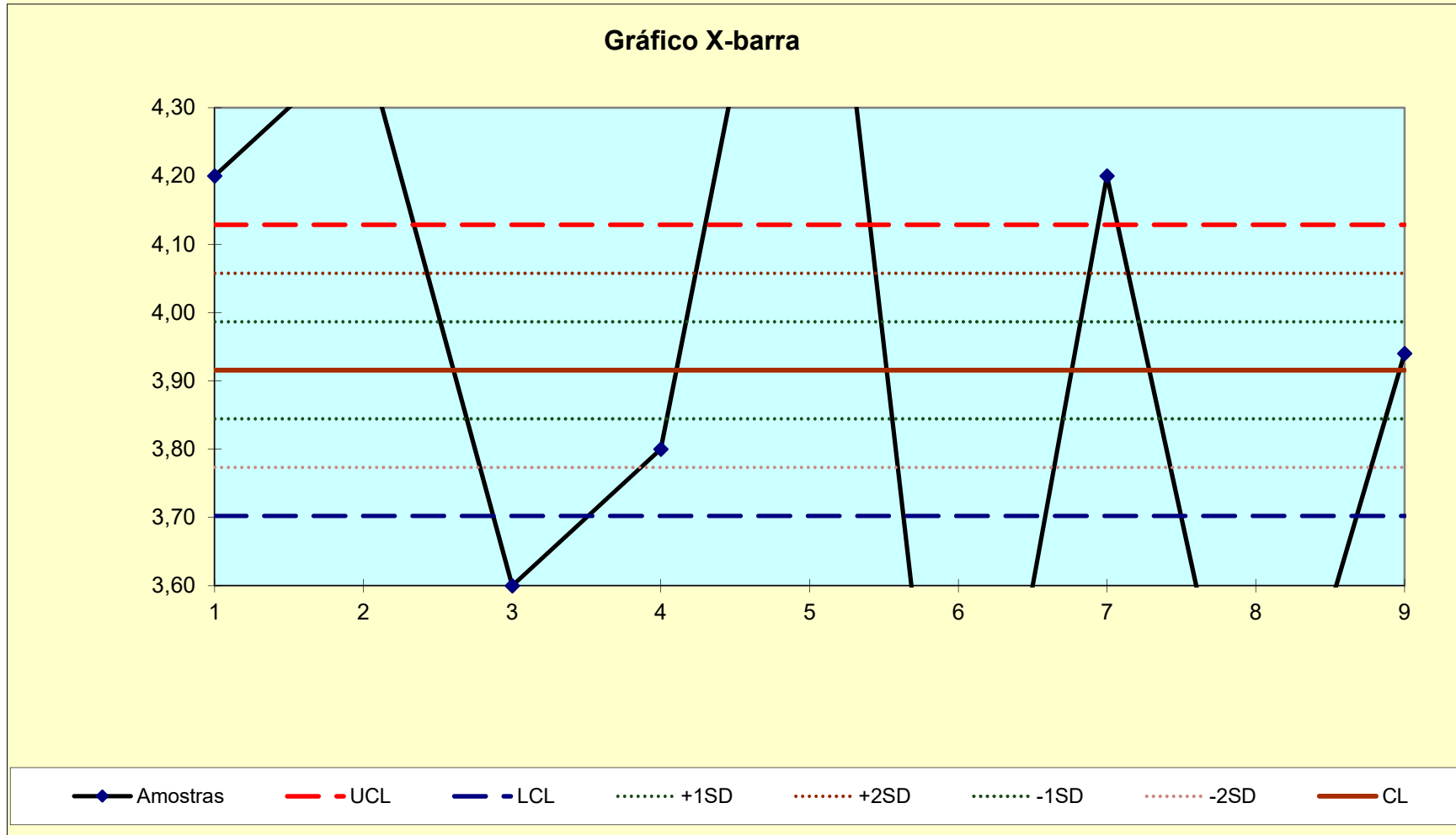
$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

$$\bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}$$

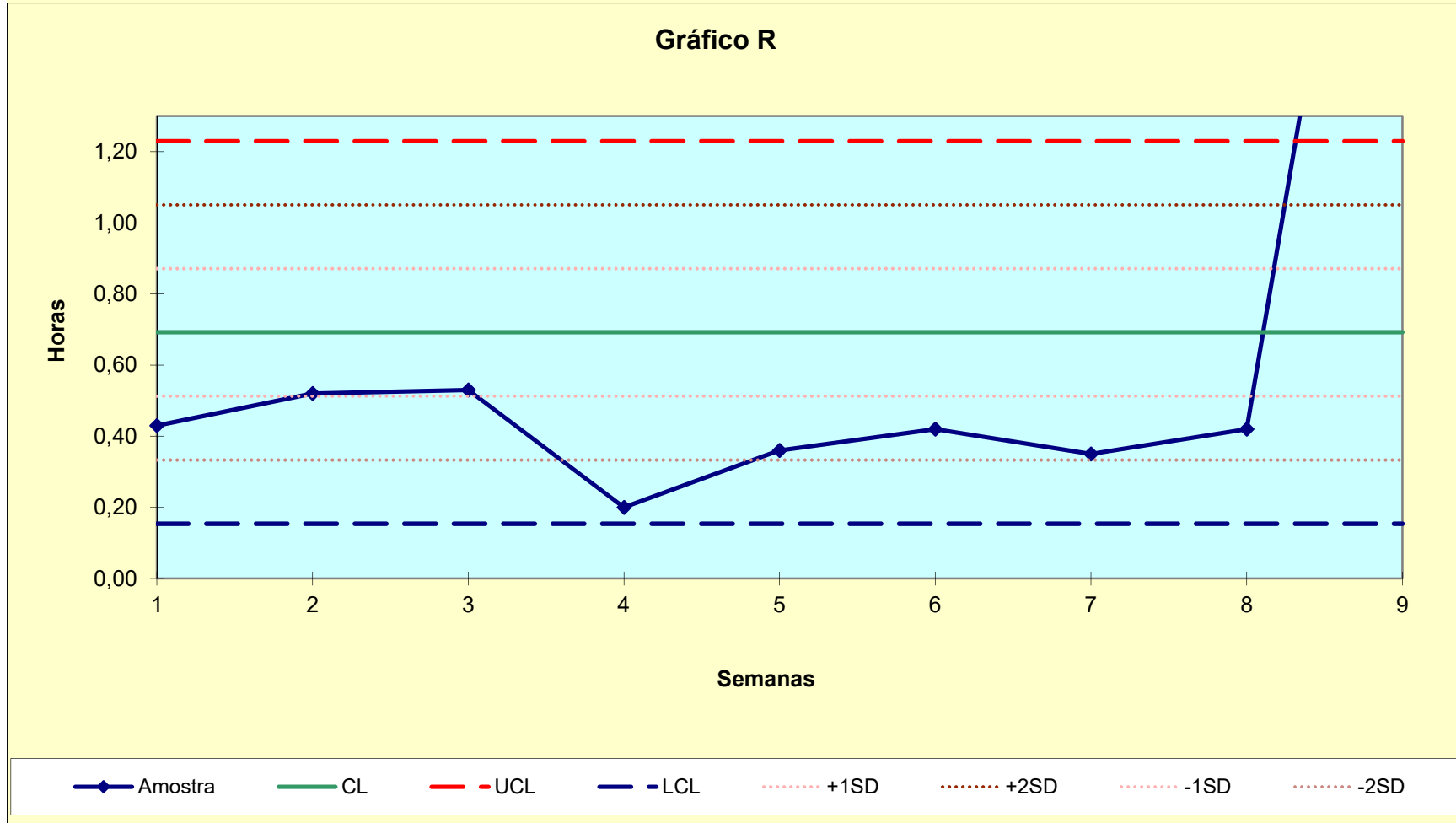
Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

◆ Exemplo 4 (resposta c))



Exemplos – Cont. Est. Proc. - Variáveis

◆ Exemplo 4 (resposta c))



Exemplos – Cap. Processo

◆ Exemplo 5

- ◆ Para determinado produto a espessura de um componente está especificada entre 30 e 40mm. As amostras recolhidas apresentam uma média de 34mm com um desvio padrão de 3,5. Calcule o Índice de Capacidade do Processo (Cpk).

◆ Exemplo 6

- ◆ Os limites superior e inferior de tolerância para determinado produto são 3 cm, mais ou menos 0,003 cm. Uma amostra de 100 produtos tem como média 3,001 cm e o desvio padrão tem o valor de 0,0005. Calcule o Índice de Capacidade do Processo (Cpk).

Exemplos – Cap. Processo

◆ Exemplo 5 (resposta)

◆ $C_{pu} = (40 - 34) / (3 * 3,5) = 0,57$

◆ $C_{pl} = (34 - 30) / (3 * 3,5) = 0,38$

◆ **$C_{pk} = 0,38$** ; A capacidade do processo é fraca, o processo precisa de ser muito melhorado.

◆ Exemplo 6 (resposta)

◆ $C_{pu} = (3,003 - 3,001) / (3 * 0,0005) = 1,33(3)$

◆ $C_{pl} = (3,001 - 2,997) / (3 * 0,0005) = 2,66(6)$

◆ **$C_{pk} = 1,33$** ; A capacidade do processo é bastante boa.